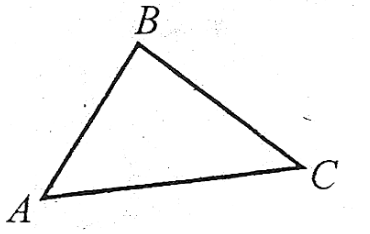
Трикутник

Трикутник – це геометрична фігура, що складається із трьох точок, які не лежать на одній прямій, і відрізків, які з'єднують ці точки. Точки називають *вершинами* трикутника, а відрізки – його *сторонами*.

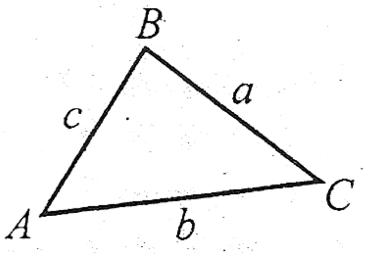
Наприклад: трикутник із вершинами A, B, C і сторонами AB, BC, AC. Цей трикутник позначається так: ΔABC.



Кути CAB, ABC, ACB називаються *кутами трикутника*. Найчастіше їх позначають однією буквою: $\angle A, \angle B, \angle C$. Сторону BC і кут A трикутника ABC називають *протилежними*. Протилежними є також сторона AB і кут C, сторона AC і кут B. Кути A і C, B і C, A і B називаються *прилеглими* до сторін AC, BC, AB.

Периметром трикутника називають суму довжин трьох сторін трикутника. Якщо периметр трикутника позначити буквою P, а довжини сторін BC, AC і AB – відповідно, через a, b, c, то

$$P = a + b + c.$$

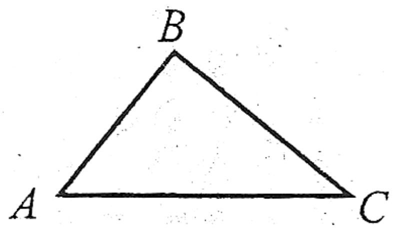


Теорема. У будь-якому трикутнику кожна сторона менша за суму двох інших сторін (нерівність трикутника), тобто $c < a + b, a < c + b, b < c + a$.

Види трикутників

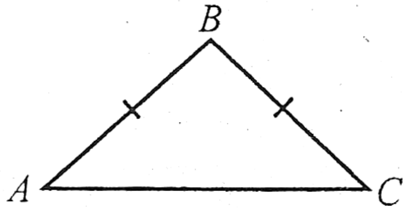
Залежно від довжини сторін розрізняють різносторонні, рівнобедрені і рівносторонні (або правильні) трикутники.

Трикутник, який має три різні за довжиною сторони, називають *різностороннім*.

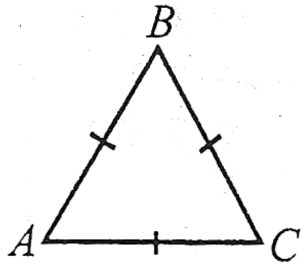


Трикутник, який має дві рівні сторони, називається *рівнобедреним*. Рівні сторони називаються *бічними*, а третя сторона – *основою трикутника*.

Наприклад: ΔABC – рівнобедрений, у нього AB=BC, тобто AB, BC – бічні сторони, AC – основа.

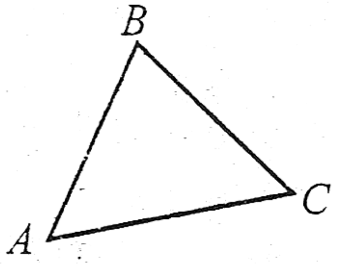


Трикутник, у якого всі сторони рівні, називають *рівностороннім*, або *правильним*. У рівностороннього трикутника всі кути рівні, величина кожного з них дорівнює 60°.



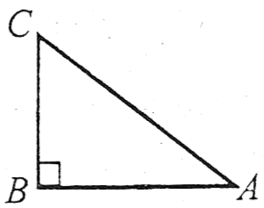
Залежно від величини кутів розрізняють гострокутні, прямокутні й тупокутні трикутники.

Гострокутним називається трикутник, у якого всі кути гострі.

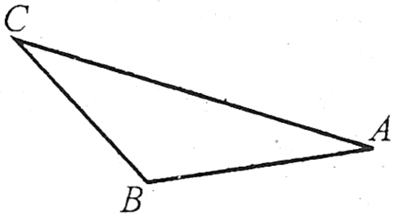


Прямокутним називається трикутник, у якого є прямий кут. Сторону прямокутного трикутника, протилежну прямому куту, називають *гіпотенузою*, а дві інші сторони – *катетами*.

Наприклад: сторона AC – гіпотенуза, сторони AB і BC – катети.



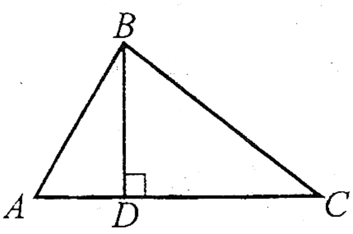
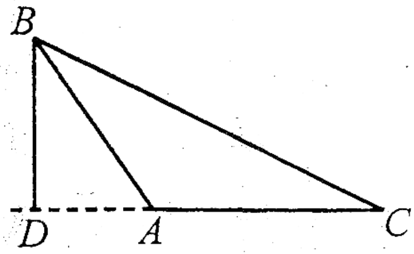
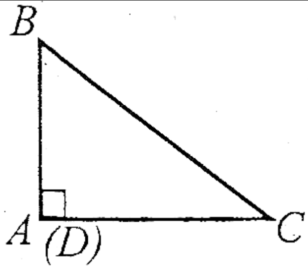
Тупокутним називається трикутник, у якого є тупий кут.



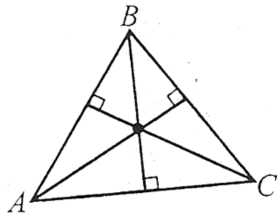
Висоти, бісектриси і медіани трикутника

Висотою трикутника називають перпендикуляр, проведений із його вершини до прямої, яка має протилежну сторону.

Наприклад: відрізок BD – висота відповідно гострокутного, тупокутного і прямокутного трикутників.

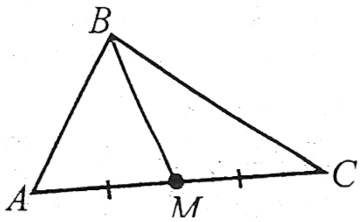
		
Мал. 1		

Висоти трикутника або їх продовження перетинаються в одній точці.

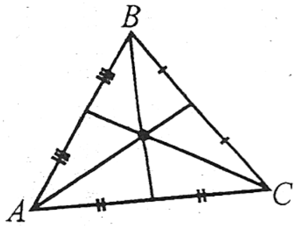


Медіаною трикутника називають відрізок, який з'єднує вершину трикутника із серединою протилежної сторони.

Наприклад: BM – медіана трикутника ABC

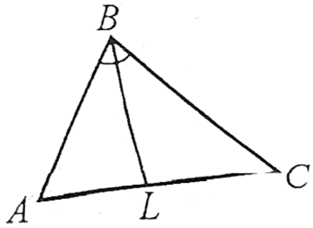


Медіани трикутника перетинаються в одній точці, яка називається *центром мас трикутника*.

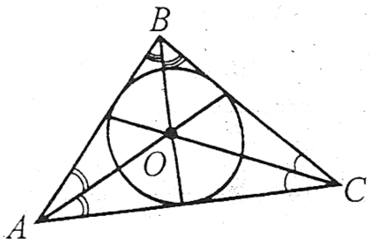


Бісектрисою трикутника називається відрізок, який з'єднує вершину кута і точку протилежної сторони й ділить кут навпіл.

Наприклад: BL – бісектриса трикутника ABC.



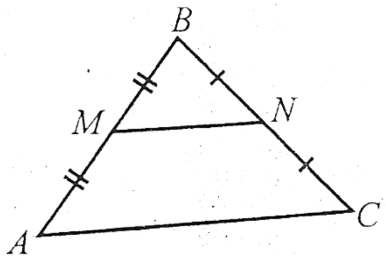
Усі бісектриси трикутника перетинаються в одній точці, яка є *центром кола, вписаного в трикутник*.



Середня лінія трикутника

Середньою лінією трикутника називають відрізок, який з'єднує середини двох його сторін.

Наприклад: MN – середня лінія.

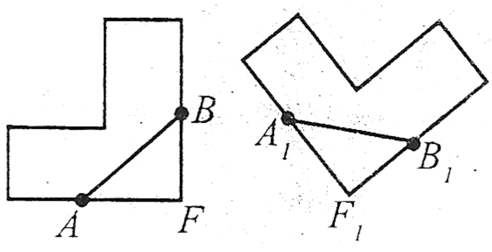


Середня лінія трикутника паралельна третій стороні і дорівнює її половині.

Наприклад: $MN \parallel AC, MN = \frac{1}{2}AC.$

Поняття про рівність фігур

Перетворення однієї фігури в іншу називається *рухом*, якщо воно зберігає відстані між точками, тобто будь-які дві точки A і B однієї фігури F переводяться в точки A_1 і B_1 другої фігури F_1 так, що $AB=A_1B_1$.



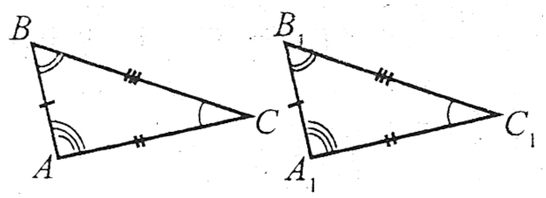
Дві фігури F і F_1 називаються *рівними*, якщо вони рухом перетворюються в одну.

Запис $F=F_1$ означає, що фігура F дорівнює фігурі F_1.

Перетворення симетрії відносно точки і відносно прямої та поворот площини навколо точки є *рухами*.

Ознаки рівності трикутників

Наприклад: трикутники ABC і $A_1B_1C_1$ – рівні.



Рівність трикутників позначається так: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

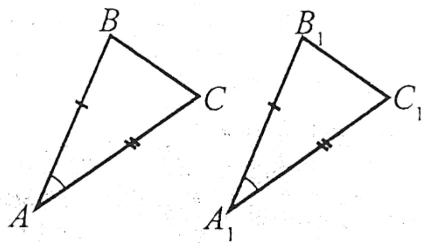
Якщо два трикутники рівні, то елементи (тобто сторони, кути, медіани, бісектриси, висоти тощо) одного з них відповідно дорівнюють елементам другого.

Наприклад: $\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$, $AB=A_1B_1$, $BC=B_1C_1$, $AC=A_1C_1$.

На малюнках рівні відрізки позначаються рівною кількістю рисок, а рівні кути однаковою кількістю дужок. У рівних трикутників проти рівних сторін лежать рівні кути, а проти рівних кутів – рівні сторони.

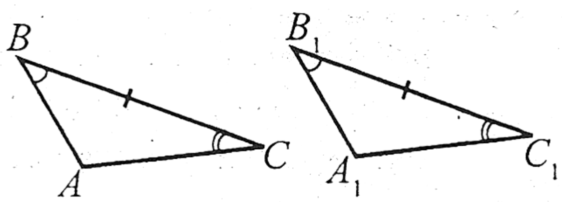
Перша ознака рівності трикутників (за двома сторонами і кутом між ними)

Якщо дві сторони і кут між ними одного трикутника дорівнюють відповідно двом сторонам і куту між ними другого трикутника, то такі трикутники є рівними.



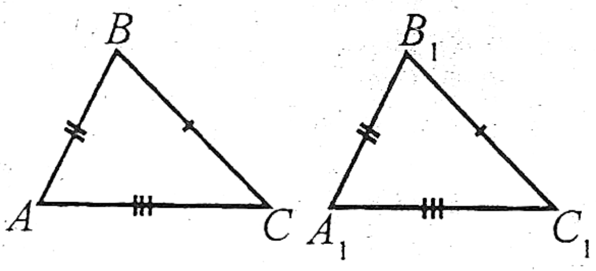
Друга ознака рівності трикутників (за стороною і двома прилеглими кутами)

Якщо сторона і два прилеглі до неї кути одного трикутника відповідно дорівнюють стороні і двом прилеглим до неї кутам другого трикутника, то такі трикутники - рівні.



Третя ознака рівності трикутників (за трьома сторонами)

Якщо три сторони одного трикутника відповідно дорівнюють трьом сторонам другого трикутника, то такі трикутники є рівними.



Два прямокутні трикутники рівні, якщо виконується одна з умов:

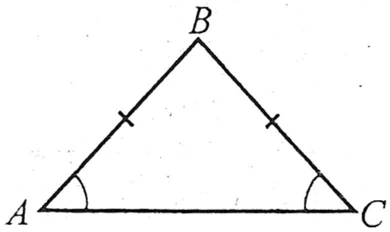
1. два катети одного трикутника відповідно дорівнюють двом катетам другого трикутника;
2. катет і гострий кут одного трикутника відповідно дорівнюють катету і гострому куту другого трикутника;
3. гіпотенуза і гострий кут одного трикутника дорівнюють гіпотенузі і гострому куту другого трикутника;
4. гіпотенуза і катет одного трикутника відповідно дорівнюють гіпотенузі і катету другого трикутника.

Властивості рівнобедреного трикутника

Рівнобедрений трикутник має такі *властивості*.

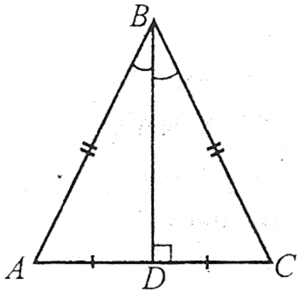
1. У рівнобедреного трикутника кути при основі рівні.

Наприклад: AB=BC, тобто ΔABC – рівнобедрений, отже, $\angle A = \angle C$.



2. У рівнобедреного трикутника медіана, проведена до основи, є і бісектрисою, і висотою.
3. У рівнобедреного трикутника висота, проведена до основи, є і бісектрисою, і медіаною.
4. У рівнобедреного трикутника бісектриса, проведена до основи, є і медіаною, і висотою.

Наприклад: у ΔABC (AB=BC) відрізок BD є і медіаною (AD=DC), і висотою ($BD \perp AC$), і бісектрисою ($\angle ABD = \angle CBD$).



Ознаки рівнобедреного трикутника

Якщо в трикутнику:

1. два кути рівні,
2. медіана і висота збігаються,
3. медіана і бісектриса збігаються,
4. висота і бісектриса збігаються, то він є рівнобедреним.